

بهره‌گیری از روش MTSVD برای تعیین کیفیت اشعه ایکس در محدوده رادیولوژی تشخیصی از طیف‌نگاری کامپتون با استفاده از کد مونت کارلو MCNPX

امیرحسین محبوب^۱، صدیقه سینا^{۱*} و رضا فقیهی^۱

^۱بخش مهندسی هسته‌ای، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، فارس، ایران.

^۱مرکز تحقیقات تابش، دانشگاه شیراز، شیراز، فارس، ایران.

*فارس، شیراز، دانشگاه شیراز، بخش مهندسی هسته‌ای، کدپستی: ۷۱۹۳۶۱۶۵۴۸

پست الکترونیکی: samirasina@shirazu.ac.ir

چکیده

تعیین طیف اشعه ایکس در مراکز مختلف رادیولوژی به لحاظ کنترل کیفی دستگاه امری مهم است. به دلیل اثر هم‌پوشی و زمان مرگ، این عمل با روش‌های ساده و با قرار دادن آشکارساز در مقابل پرتوهای ایکس تیوب میسر نیست. بنابراین برای به دست آوردن طیف اشعه‌ی ایکس، می‌توان از روش‌های غیرمستقیم چون طیف‌نگاری پرتوهای کامپتون تحت زاویه ۹۰ درجه استفاده کرد. طیف اصلی پرتو ایکس توسط ماتریس پاسخ، به ماتریس طیف کامپتون، به صورت یک دستگاه معادله مرتبط می‌شود. در این تحقیق به علت بدحالت بودن ماتریس ضرایب، از روش ریاضیاتی منظم‌سازی تجزیه مقادیر منفرد برش‌یافته‌ی اصلاح‌شده استفاده شد و طیف‌های اشعه ایکس بازیابی گردید و در نهایت دقت شکل طیف‌های به دست آمده را با طیف تئوری IPEM78 مقایسه شد. برای مقایسه‌ی میزان نزدیکی طیف بازیابی شده به طیف تئوری، از پارامتر خطای جذر میانگین مربعات برای طیف‌های بازیابی شده و از پارامتر درصد خطای نسبی برای لایه‌ی نیمه‌کننده‌ی اول طیف‌ها استفاده شد. طبق نتایج به دست آمده در این تحقیق روش غیرمستقیم کامپتون با دقت بسیار خوبی (کم‌تر از ۵٪) قادر به بازیابی طیف اشعه ایکس می‌باشد و خطای این روش در به دست آوردن لایه‌ی نیمه‌کننده نیز کم‌تر از ۲٪ به دست آمد.

کلیدواژگان: بازیابی طیف، اثر هم‌پوشی، طیف‌نگاری کامپتون، روش مونت کارلو، معادلات بدحالت، روش منظم‌سازی MTSVD.

۱. مقدمه

ایکس تشخیصی نمودار طیف انرژی آن یکی از شاخصه‌های مهم کنترل کیفیت آن دستگاه محسوب می‌شود [۱]. به دلایل اثر هم‌پوشی و زمان مرگ، برای تعیین طیف فوتون‌های تولیدی از لامپ‌های اشعه‌ی ایکس نمی‌توان با قراردادن آشکارساز در میدان اولیه‌ی بیم فوتونی استفاده کرد. لذا اسپکترومتري اشعه

برای هر تیوب اشعه‌ی ایکس دانستن توزیع انرژی فوتون‌های تولیدشده یک امر مهم در بسیاری از کاربردها در زمینه‌های مختلف تحقیقاتی و کاربردی در خصوص مطالعه‌ی عملی تابش‌های یونیزان در علم هسته‌ای، فیزیک پزشکی و حفاظت‌سازی می‌باشد. در حال حاضر برای هر منبع اشعه‌ی

[۶]. هدف از این تحقیق، بررسی کارایی روش ریاضیاتی منظم‌سازی تجزیه مقادیر منفرد برش‌یافته‌ی اصلاح‌شده یا MTSVD در بازیابی طیف اشعه‌ی ایکس توسط روش کامپتون دقیق می‌باشد.

۲. مواد و روش‌ها

این پژوهش در چند مرحله و برای به‌دست آوردن طیف اشعه‌ی ایکس توسط روش کامپتون دقیق انجام گرفت.

* در مرحله‌ی اول توسط کد مونت‌کارلو یک سیستم طیف‌نگار شامل تیوب اشعه‌ی ایکس و اتاقک کامپتون، میله‌ی پراکنده‌کننده و یک آشکارساز ژرمانیوم با خلوص بالا شبیه‌سازی شد. اشعه‌ی ایکس خارج‌شده از تیوب اشعه‌ی ایکس پس از ورود به اتاقک و برخورد به میله، پراکنده شده و وارد آشکارساز می‌شود. آشکارساز طیف پرتوهای پراکنده (\vec{m}) را ثبت می‌کند.

* در مرحله‌ی دوم با شبیه‌سازی چشمه‌های تک‌انرژی، طیف مربوط به هر انرژی در آشکارساز ثبت شد و ماتریس پاسخ آشکارساز R به دست آمد.

* در مرحله‌ی سوم با داشتن تابع پاسخ آشکارساز (R) و طیف پرتوهای پراکنده (\vec{m}) و با استفاده از رابطه‌ی $R\vec{s} = \vec{m}$ می‌توان طیف اشعه‌ی ایکس \vec{s} را به‌طور غیرمستقیم و با روش‌های تجزیه به مقادیر منفرد بازیابی کرد. شرح مراحل اول تا سوم در بخش‌های ۱.۲ تا ۳.۲ آورده شده است.

۱.۲. شبیه‌سازی سیستم کامپتون دقیق

در این تحقیق یک هندسه جهت بازیابی طیف اشعه ایکس به‌روش کامپتون دقیق شامل یک سیستم کالیماسیون و پراکنده‌کننده مطابق شکل ۱ شبیه‌سازی شد. هندسه‌ی شکل ۱ توسط کد مونت‌کارلوی MCNPX طراحی شد [۷]. شکاف A

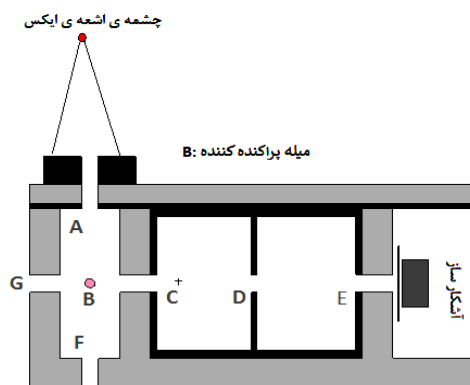
ایکس از روش‌های غیرمستقیم مانند روش‌های مبتنی‌بر طیف‌نگاری پراکندگی کامپتون و روش مبتنی‌بر وج (گوه) و آشکارساز فلت‌پنل استفاده می‌شود. این روش‌ها به‌منظور کاهش شار فوتونی بسیار بالای رسیده به آشکارساز و غلبه بر مشکلات طیف‌نگاری مستقیم پیشنهاد می‌شوند.

در این روش‌های غیرمستقیم می‌توان طیف پرتوی X را با به‌کار بردن مواد پراکنده‌کننده یا تضعیف‌کننده در جلوی آشکارساز، شار پرتوهای رسیده به آن را کاهش داد و با شبیه‌سازی مونت‌کارلو و استفاده از روش‌های بازیابی، از طیف ثبت شده در آشکارساز به طیف اولیه رسید. به‌این منظور تابع پاسخ آشکارسازهای مورد استفاده در روش‌های غیرمستقیم را باید با شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو به‌دست آورد و سپس با روش غیرمستقیم به بازیابی طیف اشعه‌ی ایکس پرداخت.

روش مبتنی‌بر وج (گوه) و آشکارساز فلت‌پنل که در سال ۲۰۱۴ توسط گالاردو و همکارانش پیشنهاد شد، از یک تضعیف‌کننده‌ی گوه‌ای از جنس PMMA برای دستیابی به منحنی دز مربوط به یک لامپ اشعه X رادیو تشخیصی استفاده شده است. این گروه با استفاده از کد مونت‌کارلوی MCNP5 تابع پاسخ آشکارساز را به‌دست آوردند و با استفاده از روش بازیابی طیف MTSVD، طیف اشعه X را بازیابی نمودند [۲]. در روش دیگری به نام روش طیف‌نگاری کامپتون، یک میله‌ی پراکنده‌کننده با قطر کم در مقابل پرتوی X قرار می‌گیرد و باریکه‌ای از پرتوهای پراکنده‌شده به آشکارساز رسیده و شمارش می‌شوند.

کارایی روش کامپتون توسط چند گروه از محققین بررسی شده است [۳-۵]. در سال ۲۰۱۸ شفاهی و همکارانش به‌بررسی سه روش کامپتون، وج-فلت‌پنل و وج-CR پرداختند و برای اولین بار استفاده از فیلم‌های رادیولوژی CR را در بازیابی طیف پیشنهاد دادند و جهت بازیابی طیف نیز روش‌های TSVD، MTSVD و Tikhonov را مقایسه کردند

ضرایب GEB^3 نیز برای در نظر گرفتن پهن‌شدگی قله‌ها در آشکارساز نیز لحاظ گردید. طیف ثبت شده در آشکار ساز، در واقع طیف فوتون‌های پراکنده‌شده با زاویه‌ی ۹۰ درجه است که از آن می‌توان به‌طور غیرمستقیم طیف رسیده به آشکارساز را به‌دست آورد. در انرژی ۵۰ کیلوولتاژ تعداد ۲ میلیارد تاریخچه، در انرژی ۷۰ کیلوولتاژ تعداد ۴ میلیارد تاریخچه و در ۱۲۰ کیلوولتاژ ۷ میلیارد تاریخچه به‌منظور شبیه‌سازی در نظر گرفته شد.



شکل (۱): شمای هندسه‌ی طراحی شده برای بازیابی طیف به‌روش کامپتون دقیق.

۲.۲. به‌دست آوردن ماتریس پاسخ آشکارساز

تابع پاسخ آشکارسازها می‌تواند با استفاده از کدهای مونت‌کارلو به‌دست آید. این ماتریس پاسخ، رابطه‌ی بین توزیع ارتفاع پالس^۴، PHD به‌دست آمده در آشکارساز و طیف اولیه را نشان می‌دهد.

پس از طراحی هندسه‌ی آزمایش توسط کد MCNPX، ماتریس پاسخ آشکارساز R، با شبیه‌سازی چشمه‌های فوتونی تک‌انرژی (با بازه‌ی 1keV) و به‌دست آوردن طیف ارتفاع پالس مربوط به هر یک از آن‌ها به‌دست آمد. کتابخانه‌ی MCPLIB برای ترانسپورت فوتون و EL برای کتابخانه‌ی الکترون در کد MCNPX استفاده شد.

در شکل ۱، هم‌خط‌سازی^۱ اولیه تا میله‌ی پراکنده‌کننده و C، D و E نیز هم‌خط‌سازی اولیه تا آشکارساز است. علت شکاف‌های G و F کاهش نویز ناشی از پرتوهای بازگشتی^۲ از دیواره و یا کف اتاقک کالیماتور است، به‌این‌صورت که ممکن است فوتونی در فرود اولیه از میله عبور کرده و در دیواره‌ی پایینی کامپتون بازگشتی انجام دهد. ابعاد کلی اتاقک ۱۱×۱۱×۲۲ سانتی‌متر مکعب و قطر میله‌ی پراکنده‌کننده از جنس پلکسی‌گلاس، ۰/۵ سانتی‌متر است و رنگ مشکی معرف سرب، رنگ خاکستری تیره معرف آشکارساز ژرمانیوم با خلوص بالا HPGe و نگهدارنده‌ی چوبی و هم‌چنین میله‌ی پراکنده‌کننده به‌رنگ خاکستری روشن نشان داده شده‌اند. مسیر پرتو به‌این‌صورت است که فوتون‌ها از حفره‌ی A به شعاع ۰/۴ سانتی‌متر وارد شده و در نقطه‌ی B به وسیله‌ی میله‌ی پلکسی‌گلاس پراکنده شده و حفره‌های C، D و E به‌عنوان کالیماتورهای ثانویه فوتون‌های ورودی به آشکارساز HPGe را محدود به فوتون‌هایی می‌کنند که تحت زاویه‌ی ۹۰ درجه پراکنده شده‌اند. در این طرح‌ها، فاصله‌ی بین چشمه‌ی اشعه‌ی ایکس تا میله‌ی پراکنده‌کننده ۱۶ سانتی‌متر و فاصله‌ی میله تا آشکارساز ۲۰ سانتی‌متر در نظر گرفته شده است.

در این مرحله چشمه‌های فوتونی با طیف واقعی اشعه‌ی ایکس با انرژی‌های ۵۰، ۷۰ و ۱۲۰ کیلوولت قله شبیه‌سازی شد و طیف ارتفاع پالس مربوط به هر طیف واقعی (\vec{m}) با استفاده از تالی F8 و کارت E8 به‌دست آمد. \vec{m} در واقع همان ماتریس واکنش کلی آشکارساز HPGe به طیف یا ماتریس معلومات می‌باشد. در این مرحله در واقع طیف‌نگاری پرتوهای کامپتون انجام شد. برای به‌دست آوردن طیف پرتوهای پراکنده‌کننده، گام‌های انرژی از ۱ کیلوالکترون‌ولت تا بیش‌ترین انرژی موجود در طیف اولیه در نظر گرفته شد و

³ Gaussian Energy Broadening

⁴ Pulse height distribution

¹ Collimation

² Backscatter

۳.۲. بازیابی طیف

پس از به دست آوردن ماتریس R ، می توان با داشتن طیف ثبت شده در آشکارساز (\vec{m}) و با استفاده از معادله $R\vec{s} = \vec{m}$ ، ماتریس طیف اولیه مجهول ساطع شده از تیوب اشعه ای ایکس \vec{s} را به دست آورد. به علت بدحالت بودن ماتریس پاسخ آشکارساز، طیف مجهول \vec{s} نمی تواند به راحتی و با استفاده از معکوس ماتریس پاسخ به دست آید. علت این امر بدحالت بودن ماتریس پاسخ R می باشد.

پارامتری به نام عدد حالت^۶ یا کاپا κ به صورت زیر برای تشخیص بدحالت بودن یک ماتریس A تعریف می شود.

$$\kappa = \|A\| \|A^{-1}\|, \kappa \geq 1 \quad (۴)$$

اگر عدد حالت (κ یا کاپا)، کوچک باشد ماتریس A و دستگاه معادلات، خوش حالت^۷ است و بزرگ بودن عدد حالت نشان می دهد که ماتریس نزدیک به منفرد شدن و بدحالت است. خطای محاسباتی در معکوس کردن ماتریس های بدحالت زیاد است. در صورت بدحالت بودن سیستم $Ax=b$ ، این سیستم به کوچکترین تغییرات در بردار b نیز بسیار حساس می شود. به علت بدحالت بودن ماتریس پاسخ آشکارساز R ، برای به دست آوردن طیف اشعه X باید رابطه های زیر را به حداقل رساند و با استفاده از یکی از روش های غیرمستقیم بازیابی، طیف اشعه X مجهول را پیدا کرد.

$$\min \left\{ \|R\vec{s} - \vec{m}\|_2 \right\} \quad (۵)$$

برای به دست آوردن یک طیف مجهول از طیف ارتفاع پالس ثبت شده توسط آشکارساز HPGe می توان از روش های تجزیه به مقادیر منفرد مانند $TSVD^8$ ، $MTSVD^9$ ، $DSVD^{10}$ و یا روش تنظیم Tikhonov استفاده کرد. در این تحقیق روش $MTSVD$ برای بازیابی طیف استفاده شد.

برای به دست آوردن ماتریس پاسخ، R توسط کد MCNPX، طیف ارتفاع پالس با استفاده از تالی F8 و کارت E8 برای انرژی های مختلف و با گام های انرژی مساوی به دست آمد. رابطه ی زیر بین تابع پاسخ آشکارساز، طیف اولیه اشعه ای ایکس و توزیع ارتفاع پالس در آشکارساز وجود دارد:

$$R\vec{s} = \vec{m} \quad (۱)$$

که $\vec{s} = (s_1, s_2, \dots, s_N)^T$ طیف اولیه اشعه ای ایکس، $\vec{m} = (m_1, m_2, \dots, m_M)^T$ توزیع ارتفاع پالس یا PHD^۵ ثبت شده در آشکارساز و R ماتریس پاسخ می باشد. ماتریس پاسخ R می تواند توسط محاسبه PHD تولید شده به وسیله تعداد زیادی شبیه سازی با بیم های تک انرژی به صورت زیر محاسبه شود. با استفاده از یک طیف اولیه تک انرژی با انرژی $E_i=1$ ، \vec{s} به وسیله بردار $[0, \dots, 1, \dots, 0]^T$ نمایش داده می شود. با بازنویسی معادله $R\vec{s} = \vec{m}$ ، رابطه ی زیر حاصل می شود:

$$\begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1i} & a_{1M} \\ & & a_{2i} & \\ & & \vdots & \\ & & \vdots & \\ a_{N1} & \dots & a_{Ni} & a_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

به این ترتیب رابطه ی ۲، ستون ارائه شده در رابطه ی زیر تعیین می شود:

$$\begin{bmatrix} a_{1i} \\ \vdots \\ a_{ii} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

این رویه برای تمام شبیه سازی های انجام شده برای همه ی بیم های تک انرژی تکرار می شود و با تغییر طیف بیم تک انرژی اولیه E_i برای $i=1, \dots, N$ می توانیم ماتریس پاسخ آشکارساز R را به دست آوریم.

⁶ Condition Number

⁷ Well Condition

⁸ Truncated Single Value Decomposition

⁹ Modified Truncated Single Value Decomposition

¹⁰ Dump Singular Value Decomposition

⁵ Pulse Height Distribution

۱.۳.۲. روش MTSVD

روش تجزیه مقادیر منفرد برش‌یافته یا TSVD می‌تواند به‌منظور به‌دست آوردن ماتریس جدید R_k استفاده شود:

$$R_k = \sum_{i=1}^k \bar{u}_i \sigma_i \bar{v}_i^T \quad (6)$$

که k به‌عنوان تعداد مقادیر منفرد غیرصفر ماتریس R (یا رتبه R) در نظر گرفته می‌شود. بنابراین ماتریس شبه‌معکوس برش‌یافته به‌صورت زیر تعریف می‌شود.

$$R_k^\# = \sum_{i=1}^k \bar{v}_i \sigma_i^{-1} \bar{u}_i^T \quad (7)$$

و جواب \bar{s}_k به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\bar{s}_k = R_k^\# \bar{m} \quad (8)$$

در این روش، اگر قرار باشد $\|R_k \bar{s} - \bar{m}\|_2$ مینیمم باشد، $\|\bar{s}\|_2$

نیز مینیمم است یعنی:

$$\text{Min}\{\|\bar{s}\|_2\} \text{ subject to } \min\{\|R_k \bar{s} - \bar{m}\|_2\} \quad (9)$$

در روش MTSVD، نرم دو $\|\bar{s}\|_2$ ، به‌وسیله شبه‌نرم یا نیمه‌نرم $\|L_p \bar{s}\|_2$ به‌صورت زیر جایگزین می‌شود که LP تقریب گسسته نسبت به اپراتور مشتق p است.

$$\text{min}\{\|L_p \bar{s}\|_2\} \text{ subject to } \min\{\|R_k \bar{s} - \bar{m}\|_2\} \quad (10)$$

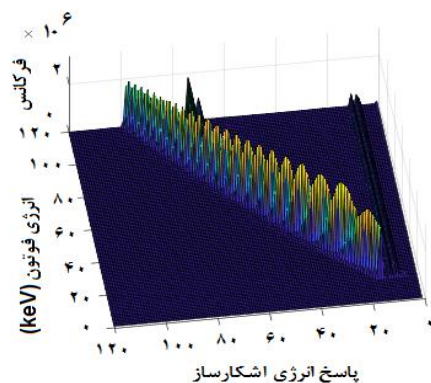
لذا پارامتر برش k باید طوری انتخاب گردد که طیف بازیابی شده بیشترین تطابق را با طیف اصلی اولیه داشته باشد. پارامتر اساسی و بحرانی در روش MTSVD، پارامتر برش k است و تعیین دقیق این پارامتر تأثیر زیادی بر بازده طیف‌سنجی دارد. پارامتر برش k در واقع معیار هدفی را تعیین می‌کند که چه تعداد از مقادیر منفرد نادیده گرفته شوند. برای به‌دست آوردن این پارامتر می‌توان از معیار گوشه‌منحنی L^{11} استفاده کرد. منحنی L یا L -curve شامل یک بخش یا تکه نسبتاً عمودی و یک خط نسبتاً افقی در یک تنظیم ایده‌آل است. در این منحنی، نرم ۲ بردار جواب $(\|\bar{s}\|_2)$ نسبت به نرم ۲ بردار باقیمانده $(\|R_k \bar{s} - \bar{m}\|_2)$ برای مقادیر مختلف k ترسیم می‌شود.

مقدار بهینه‌ی پارامتر برش k ، نزدیکترین مقدار به نقطه انحنای ماکزیمم منحنی L یا گوشه‌ی L شکل منحنی می‌باشد، چرا که این نقطه دو بردار ذکرشده را هم‌زمان به‌حداقل می‌رساند. با انتخاب پارامتر بهینه‌ی گوشه‌ی منحنی L ، می‌توان معادله‌ی ۵ را مینیمم کرده و به‌این ترتیب طیف مجهول را به‌دست آورد.

۳. نتایج

۱.۳.۱. ماتریس پاسخ R

نمونه ماتریس پاسخ آشکارساز R در شکل ۲ نشان داده شده است. ماتریس پاسخ برای انرژی‌های پایین‌تر از ۱۲۰ کیلوولتاژ را می‌توان از ماتریس ۱۲۰ کیلوولتاژ استخراج کرد.



شکل (۲): ماتریس پاسخ برای روش کامپتون دقیق در انرژی ۱۲۰ کیلوولتاژ.

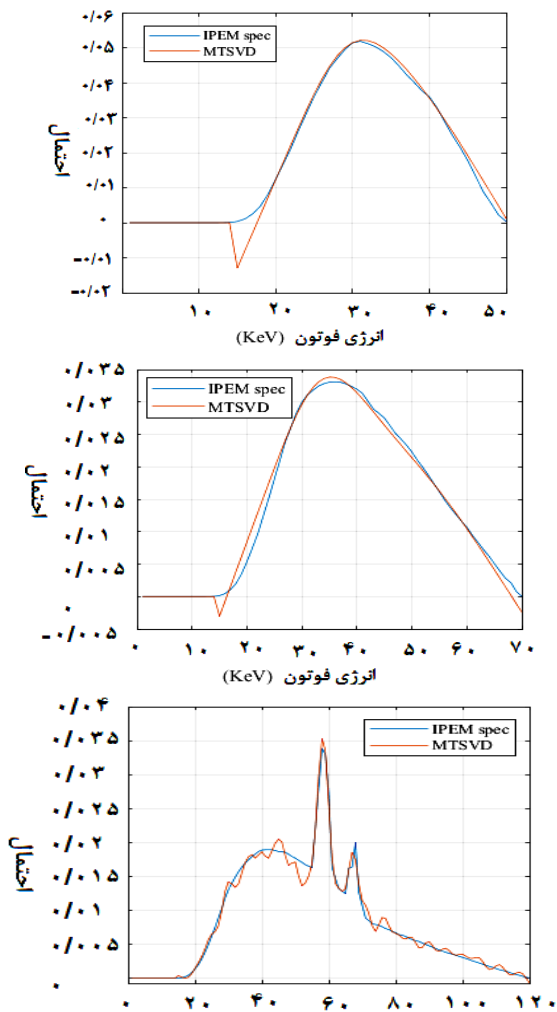
۲.۳. طیف ارتفاع پالس \bar{m}

ماتریس توزیع ارتفاع پالس \bar{m} ، (که در واقع طیف ثبت‌شده در آشکارساز HPGe ناشی از پراکندگی اشعه‌های ایکس با طیف واقعی است)، برحسب انرژی برای انرژی‌های مذکور به‌دست آمده مطابق شکل ۳ به‌دست آمد. دو قله ابتدای این نمودار مربوط به لبه‌ی k ژرمانیوم است که در واقع همان قسمت حساس آشکارساز می‌باشد. این دو عدد به‌ترتیب ۹/۸ و ۱۰/۹ کیلوالکترون‌ولت هستند. در طیف کامپتون ۱۲۰ کیلوولتاژ قله‌های مربوط به اشعه ایکس مشخصه‌ی تنگستن و سرب نیز در طیف دیده می‌شود.

¹¹ L-curve

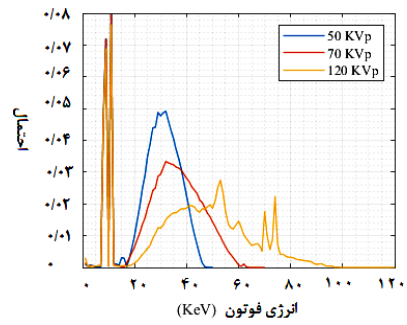
۴.۳. بازیابی طیف

چنانچه ذکر شد، طیف بازیابی شده به شدت به پارامتر منظم سازی بستگی دارد. با انتخاب پارامتر بهینه ی گوشه ی منحنی های L در شکل ۴، طیف های بازیابی شده با استفاده از روش MTSVD برای ۵۰، ۷۰ و ۱۲۰ کیلوالکترون ولت به دست آمد. شکل ۵، مقایسه ی طیف های بازیابی شده در این تحقیق با طیف های تئوری استخراج شده از گزارش ۷۸ IPEM را نشان می دهد [۱۰].



شکل (۵): طیف های بازیابی شده به روش MTSVD برای انرژی قله های (a) ۵۰، (b) ۷۰ و (c) ۱۲۰ کیلوولتاژ.

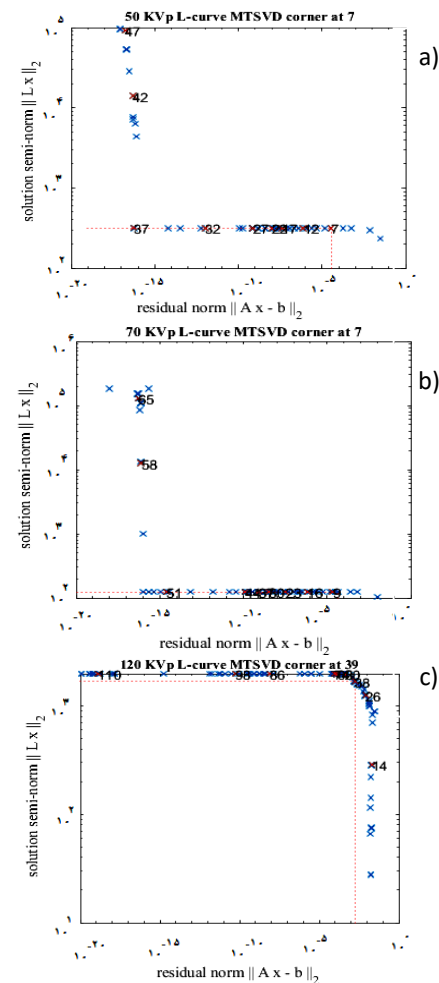
برای ارزیابی، مقایسه و درک کمی انحراف طیف بازیابی شده به روش MTSVD نسبت به طیف مرجع (طیف



شکل (۳): نمودار طیف کامپتون برای انرژی های ۵۰، ۷۰ و ۱۲۰ کیلوولتاژ.

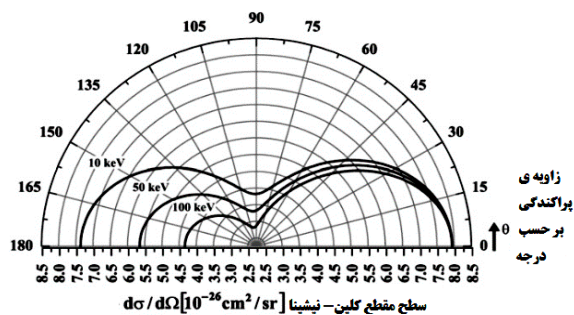
۳.۳. تعیین نقاط بهینه ی منظم سازی

با استفاده از تابع MTSVD موجود در جعبه ابزار جبر خطی در نرم افزار متلب [۹]، منحنی های L به دست آمده برای به دست آوردن نقاط بهینه منظم سازی برای طیف های ۵۰، ۷۰ و ۱۲۰ کیلوالکترون ولت در شکل ۴ نشان داده شده است.



شکل (۴): منحنی های L برای انرژی های (a) ۵۰، (b) ۷۰، (c) و ۱۲۰ کیلوولتاژ.

اشاره کرد. جنس و ابعاد میله‌ی پراکنده‌کننده باید به گونه‌ای انتخاب شود که خودجذبی فوتون‌های کامپتون پراکنده‌شده در آن به حداقل برسد. لذا در این تحقیق برای پراکنده‌کننده از پلکسی‌گلاس استفاده شد که دارای ضریب تضعیف اندک در انرژی‌های مذکور و هم‌چنین دارای انرژی لبه‌ی K پایین می‌باشد (کربن $\sim 0/28$ ، هیدروژن $\sim 0/014$ ، اکسیژن $\sim 0/053$ کیلوالکترون‌ولت) که به معنی اتلاف کم‌تر اطلاعات است. پرتوهای نشتی از تیوب و شمارش آن‌ها در آشکارساز نیز یکی از عوامل خطاست. ورود هر نوع پرتوی اضافه، از جمله قله‌های مشخصه عناصر مختلف به آشکارساز در روش کامپتون دقیق می‌تواند تأثیر عکس در مجهولات به دست آمده داشته باشد مانند تأثیر قله‌های مشخصه‌ی سرب که در طیف بازیابی شده مشاهده نشدند اما حضورشان باعث ایجاد نویز و خطاهای جزئی در طیف بازیابی شده است. عامل دیگر خطا به انرژی مد نظر ما برای بازیابی بستگی دارد. میدانیم که تا انرژی ۱۰ مگاالکترون‌ولت، برهم‌کنش غالب فوتون‌ها کامپتون است اما با توجه به رابطه‌ی کلاین نیشینا، زاویه این پراکندگی‌های تابع انرژی است. به این صورت که به ازای انرژی‌های بالاتر فوتون‌ها به سمت جلو پراکنده می‌شوند [۱۱]. همان‌طور که در شکل ۶ قابل مشاهده است، با افزایش انرژی سطح مقطع پراکندگی کامپتون در زاویه‌ی ۹۰ درجه کاهش می‌یابد و این مسئله منجر به عدم قطعیت در به دست آوردن پاسخ سیستم به انرژی‌های بالا در طیف می‌شود.



شکل (۶): توزیع زاویه‌ای فوتون پس از برخورد کامپتون به ازای چندین انرژی اولیه نوعی [۱۱].

تئوری) از پارامترهای خطای جذر میانگین مربعات^{۱۲} و هم‌چنین خطای نسبی در لایه‌ی نیمه‌کننده HVL طیف استفاده شده که مقادیر آن در جدول ۱ قابل مشاهده می‌باشد. جدول (۱): بررسی خطا برای شکل طیف‌های بازیابی شده.

انرژی	RMSD	خطای نسبی 1 th HVL
۵۰	٪۵/۰	٪۱/۶
۷۰	٪۳/۶	٪۱/۸
۱۲۰	٪۲/۶	٪۰/۸

۴. بحث در نتایج

۴.۱.۴. دقت بازیابی طیف

چنانچه از نتایج بازسازی طیف در شکل ۵ و مقایسه‌ی طیف بازیابی شده توسط روش MTSVD و طیف‌های واقعی به دست آمده در گزارش IPEM مشاهده می‌شود، با اعمال روش MTSVD به روش کامپتون دقیق، می‌توان با دقت خوبی به بازیابی شکل طیف اشعه‌ی ایکس پرداخت.

به منظور بررسی کمی دقت این روش از پارامتر خطای جذر میانگین مربعات استفاده شد که بازیابی طیف در کیلوولتاژهای ۵۰، ۷۰ و ۱۲۰ با دقت کم‌تر از ۵٪ امکان‌پذیر است. در مرحله‌ی بعد لایه‌ی نیمه‌کننده برای طیف بازیابی شده و طیف اصلی با یکدیگر مقایسه شد و درصد خطای نسبی ناشی از تخمین این پارامتر کم‌تر از ۲٪ به دست آمد. لذا می‌توان روش کامپتون دقیق در ترکیب با روش بازیابی MTSVD می‌تواند با دقت قابل قبولی در بازیابی طیف اشعه‌ی ایکس مورد استفاده قرار بگیرد. دقت بازیابی طیف در واقع تأییدی بر کار شبیه‌سازی انجام شده نیز می‌باشد.

۴.۲. عوامل خطا در بازیابی طیف

از عوامل خطا در سیستم طیف‌نگاری غیرمستقیم کامپتون می‌توان به جنس و قطر میله‌ی پراکنده‌کننده و ابعاد کالیماطور

¹² root-mean-square deviation (RMSD)

۳.۴. مقایسه با تحقیقات پیشین

جدول ۲ مقایسه‌ی RMS به‌دست آمده در این تحقیق را با نتایج به‌دست آمده توسط شفاهی و همکارانش در سال ۲۰۱۸ و گالاردو و همکارانش مربوط به سال ۲۰۱۱ برای روش کامپتون ساده مقایسه می‌کند. تفاوت تحقیق حاضر با تحقیقات بررسی‌شده در جدول زیر این است که در تحقیق حاضر هندسه‌ای دقیق جهت شبیه‌سازی سیستم طیف‌نگار کامپتون شبیه‌سازی شده و در دو تحقیق دیگر یک هندسه‌ی ساده در نظر گرفته شده است.

جدول (۲): مقایسه‌ی خطا برای شکل طیف‌های بازیابی‌شده در تحقیقات مختلف.

انرژی	RMSD	روش	رفرنس
۳۰	٪۳/۱۶	کامپتون ساده	گالاردو ۲۰۱۱
۴۰	٪۲/۱	کامپتون ساده	شفاهی ۲۰۱۸
۵۰	٪۵	کامپتون دقیق	تحقیق حاضر

۵. نتیجه‌گیری

طیف‌نگاری دقیق اشعه‌ی ایکس به‌روش مستقیم به‌علت اثر هم‌پوشی و زمان مرگ، عملاً غیرممکن است. لذا برای این کار از روش‌های غیرمستقیم استفاده می‌شود. در روش کامپتون که یک طیف‌سنجی غیرمستقیم است، با به‌دست آوردن ماتریس پاسخ آشکارساز و حل یک دستگاه معادلات طیف اشعه‌ی ایکس به‌دست می‌آید.

دستگاه معادلات در این روش غیرمستقیم، بدحالت، ناسازگار و وابسته‌ی خطی است که به‌منظور حل دستگاه مذکور از روش‌های مختلف بازیابی استفاده می‌شود.

نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که روش MTSVD که یک روش مبتنی بر تجزیه مقادیر منفرد است، کارایی مناسبی در بازیابی طیف فوتون‌های خروجی از لامپ‌های اشعه‌ی ایکس دارد.

۶. مراجع

- [1] S. Gallardo, J. Rodenas, A. Querol, and G. Verdu. Application of the MTSVD unfolding method for reconstruction of primary X-ray spectra using semiconductor detectors, *Progress in Nuclear Energy*, 53(2011) 1136–1139.
- [2] S. Gallardo, B. Juste, A. Querol, F. Pozuelo, G. Verdu, J. Rodenas, J.M. Campayo and S. Diez. Determination of the primary X-ray spectrum using a PMMA wedge, a flat panel and the Monte Carlo method, *Progress in Nuclear Science and Technology*, 4(2014) 445–448.
- [3] S. Gallardo, J. Rodenas and G. Verdu. Monte Carlo simulation of the Compton scattering technique applied to characterize diagnostic x-ray spectra, *Medical physics*, 31(2004) 2082–2090.
- [4] S. Gallardo, J. Ródenas, G. Verdú and J.I. Villaescusa. Analysis of shielding materials in a Compton spectrometer applied to x-ray tube quality control using Monte Carlo simulation, *Radiation protection dosimetry*, 115(1-4) (2005) 375–379.
- [5] M.C. Burgos, S. Gallardo, V. Puchades, G. Verdú, J. Ródenas and J.I. Villaescusa. Assessment of mammography spectra using compton spectrometry techniques, *Radiation protection dosimetry*, 116(1-4) (2005) 627–630.
- [6] Z. Shafahi, S. Sina and R. Faghihi. Comparison of TSVD, MTSVD, and Tikhonov unfolding methods for reconstruction of X-ray spectra, *Radiation Physics and Chemistry*, 166(2020) 108437.
- [7] Los Alamos Scientific Laboratory. Group X-6. (1979). MCNP: a general Monte Carlo code for neutron and photon transport. Los Alamos, N.M.: [Springfield, Va.]:Dept. of Energy, Los Alamos Scientific Laboratory; [for sale by the National Technical Informan.
- [8] ص. صدقی زاده. جبر خطی، انتشارات دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی، (۱۳۹۵).
- [9] MathWorks, Inc. (1996). MATLAB: the language of technical computing: computation, visualization, programming: installation guide for UNIX version 5. Natick:Math Works Inc.
- [10] G.D. Morrison, (1998). Catalogue of Diagnostic X-ray Spectra and Other Data (IPEM Report 78), K. Cranley, B.J. Gilmore, G.W.A. Fogarty, L. Desponds (Eds.). The Institution of Physics and Engineering in Medicine and Biology (1997), ISBN: 090418188X.
- [11] F.A. Scannavino and P.E. Cruvinel. A graphical tool for an analytical approach of scattering photons by the Compton effect, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 674(11) (2012) 28–38.