

## مکانیسم تولید و ویژگی‌های تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس نرم

عباس احمدی

همدان، ملایر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ملایر، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، صندوق پستی: ۶۵۷۱۸-۱۱۷

پست الکترونیکی: Ahmadi.abbas1977@gmail.com

### چکیده

در این مقاله، مکانیسم تولید تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس و توزیع طیفی - زاویه‌ای آن به دقت مورد مطالعه قرار گرفته و برخی از ویژگی‌های منحصر به فرد این تابش و کاربردهایش بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که در نزدیکی لبه‌های جذب اتمی، قسمت‌های موهومی و حقیقی ضریب شکست دچار تغییرات شدیدی می‌شوند و برای محدوده بسیار باریکی از طیف اشعه ایکس، ضریب شکست بعضی مواد بزرگتر از یک شده و کانال‌هایی برای تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس ایجاد می‌شود. با انتخاب مواد تابش‌زای مناسب و استفاده از الکترون‌های نسبیتی حاصل از شتابگرهای الکترونی کوچک، درخشندگی تابش چرنکوف در حالت بهینه محاسبه و با درخشندگی سایر منابع تولید اشعه ایکس نرم مقایسه شده است. بر اساس این بررسی‌ها، این چشمه‌ی نوین اشعه ایکس نرم، به دلیل درخشندگی زیاد و تکفام بودنش می‌تواند در میکروسکوپی اشعه ایکس نرم، طیف سنجی فوتوالکترون و دیگر زمینه‌های تحقیقاتی مورد استفاده قرار گیرد.

کلیدواژگان: تابش چرنکوف، ضریب شکست، اشعه ایکس نرم.

### ۱. مقدمه

تعیین سرعت ذرات باردار، شناسایی ذرات هادرونی، ردیابی یک فرآیند و همچنین برای توصیف مواد رادیواکتیو باقی مانده در میله‌های سوخت مصرف شده در یک راکتور هسته‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند [۳].

تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس<sup>۱</sup> یا XCR اولین بار در سال ۱۹۷۶ توسط بازلیف و همکارانش به صورت نظری پیش‌بینی شد و ایشان سرانجام در سال ۱۹۸۲ توانستند وجود این نوع تابش را به صورت تجربی ثبت نمایند [۴]. یکی از موفق‌ترین آزمایش‌های تولید تابش چرنکوف در ناحیه اشعه

چرنکوف همراه با فرانک و تام، به خاطر کشف [۱] و تشریح تابش چرنکوف [۲]، در سال ۱۹۵۸ میلادی موفق به دریافت جایزه نوبل فیزیک شدند. ایشان بیان کردند که اگر یک ذره باردار با سرعتی بیشتر از سرعت امواج الکترومغناطیسی، درون یک ماده تابش‌زا با ضریب شکست بزرگتر از یک حرکت کند، تابش چرنکوف به صورت یک مخروط با زاویه رأس مشخص حول مسیر حرکت ذره باردار گسیل می‌شود. تاکنون تابش چرنکوف در ناحیه فرکانس اپتیکی به دقت بررسی شده است و امروزه آشکارسازهای چرنکوف به صورت گسترده برای

1. X-ray Cherenkov Radiation (XCR)

ایکس نرم، مربوط به تولید فوتون‌های پر شدت با انرژی حدود  $10\text{eV}$  در اثر برهم‌کنش الکترون‌هایی با انرژی  $5\text{MeV}$  با ورقه نازکی از سیلیسیم با ضخامت حدود  $10$  میکرومتر است [۵]. برخی از پژوهشگران معتقدند که در حالت فرود خراشان تعداد فوتون‌های تولید شده افزایش می‌یابد [۶]، زیرا الکترون هنگام عبور از نزدیکی‌های سطح ورقه، فوتون‌هایی با کمترین میزان جذب یا حتی بدون جذب گسیل می‌کند. در واقع XCR یک چشمه اشعه ایکس نرم با درخشندگی زیاد و تقریباً تکفام است که می‌تواند در زمینه‌های مختلف تحقیقاتی، علمی و پزشکی مورد استفاده قرار گیرد.

در این مقاله، معادلات مربوط به تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و امکان استفاده از عناصر مختلف برای تولید اشعه ایکس نرم تقریباً تکفام با انرژی‌های مختلف بررسی شده و شرایط بهینه برای افزایش درخشندگی چشمه XCR تعیین گردیده است.

## ۲. تابش چرنکوف

تابش چرنکوف یک پدیده الکتروپدینامیکی است که از دو دیدگاه کلاسیکی و کوانتومی قابل بررسی است. فرانک و تام نظریه تابش چرنکوف را در چارچوب الکتروپدینامیک کلاسیک اثبات کردند و نشان دادند که اگر سرعت یک ذره باردار  $(v)$ ، بیشتر از سرعت فاز امواج الکترومغناطیسی  $(v_{\phi} = c/n(\omega))$  در محیطی با ضریب شکست  $n(\omega)$  باشد، تابش چرنکوف به صورت یک مخروط با زاویه رأس  $\theta = \cos^{-1}(c/vn(\omega))$  نسبت به جهت حرکت ذره گسیل می‌شود. مکانیسم تولید تابش چرنکوف در واقع تابش همدوس دوقطبی‌های تشکیل شده در اثر قطبش اتم‌های محیط توسط ذره باردار نسبتی است [۲].

تابش چرنکوف به ثابت دی‌الکتریک یا ضریب شکست محیط وابسته است که توابع مختلط وابسته به فرکانس موج فرودی هستند [۷]. در حالت کلی ضریب شکست مواد در ناحیه اشعه ایکس، کوچکتر از یک است و تابش چرنکوف نمی‌تواند رخ دهد. اما در نزدیکی لبه‌های جذب  $K$ ،  $L$  و  $M$  قسمت‌های موهومی و حقیقی ضریب شکست، دچار تغییرات شدیدی می‌شوند و برای محدوده بسیار باریکی از طیف اشعه ایکس، ضریب شکست مواد می‌تواند بزرگتر از یک شود و کانال‌هایی برای تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس ایجاد شود [۸]. با توجه به اینکه پهنای لبه جذب عناصر بسیار کم و از مرتبه الکترون‌ولت است، امکان تولید اشعه ایکس شبه تکفام با پهنای باند بسیار کم وجود دارد. در بخش ۲-۱ ابتدا با استفاده از نظریه فرانک-تام، شدت تابش چرنکوف در یک محیط شفاف با ابعاد بی‌نهایت محاسبه شده، سپس در بخش ۲-۲ با در نظر گرفتن سهم جذب تابش برای ناحیه اشعه ایکس، معادله جدیدی به دست آمده و با استفاده از این معادله و انتخاب مواد مختلف توزیع طیفی-زاویه‌ای تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس بررسی شده است.

### ۱.۲. نظریه فرانک-تام

توصیف نظری تابش چرنکوف توسط فرانک و تام بر پایه چند فرض استوار است: برای یک‌بار نقطه‌ای که با سرعت ثابت درون یک محیط همگن و همسانگرد با ثابت دی‌الکتریک  $\epsilon_r(\omega)$  حرکت می‌کند (i) از پس‌زنی ذره در اثر تابش، (ii) از کاهش انرژی ذره و کندشدگی آن در اثر تابش، (iii) از پراکندگی کولنی ذره باردار، (iv) از جذب شدن تابش در ماده چشم‌پوشی شود و (v) محیط بدون مرز در نظر گرفته شود. قوانین بقای انرژی و تکانه نشان می‌دهند که فرض (i) برای فوتون‌هایی که انرژی آن‌ها بسیار کمتر از انرژی جنبشی ذره

بیان پتانسیل برداری  $A_{z,\omega}(r,z) = u(r) \exp(i\omega z/v)$  معادله ۳ شکل معادله بسط به خود می‌گیرد [۹]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + s^2 u(r) = -\mu_0 q \frac{\delta(r)}{r(2\pi)^{3/2}} \quad (5)$$

که در آن

$$s^2 = \omega^2 \left( \frac{\epsilon_r}{c^2} - \frac{1}{v^2} \right) \quad (6)$$

حل معادله بسط به علامت کمیت  $s^2$  بستگی دارد. اگر  $s^2 < 0$  باشد، جواب معادله یک تابع نمایی با دامنه کاهشی خواهد بود و در نقاط دوردست، تابشی مشاهده نخواهد شد. ولی اگر  $s^2 > 0$  یا  $v^2 > c^2/\epsilon_r$  باشد (شرط تابش چرنکوف)، یک موج منتشر شونده با جهت مشخص به دست می‌آید:

$$A_{z,\omega}(r,z) = \frac{\mu_0 q}{4\pi\sqrt{sr}} e^{i(sr + \frac{\omega}{v}z)} \quad (7)$$

اگر فاکتور فاز معادله ۷ برابر با فاکتور فاز یک موج آزاد با بردار موج  $k = \sqrt{\epsilon_r}\omega/c$  در نظر گرفته شود، در آن صورت  $i(sr + \frac{\omega}{v}z) = ik(r \sin\theta + z \cos\theta)$  خواهد شد و انتشار موج در یک زاویه مشخص نسبت به مسیر حرکت ذره باردار صورت خواهد گرفت:

$$\cos\theta = \frac{c}{v\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{1}{\beta n} \quad (8)$$

در این معادله  $\theta$  زاویه تابش چرنکوف،  $\beta = v/c$  سرعت نسبی ذره و  $n = \sqrt{\epsilon_r}$  ضریب شکست محیط است. طبق معادله ۸ با اندازه‌گیری زاویه  $\theta$  می‌توان ضریب  $\beta$  و در نتیجه آن سرعت ذره باردار در محیط را مشخص کرد. چون کسینوس یک زاویه نمی‌تواند بزرگتر از یک باشد، پس  $1/n \leq \beta \leq 1$  خواهد بود. برای  $\beta_{\min} = 1/n$  تابش در زاویه  $\theta = 0$  و برای  $\beta = 1$  تابش در زاویه  $\theta_{\max} = \cos^{-1}(1/n)$  مشاهده خواهد شد.

باشد، قابل قبول است. فرض‌های (ii) و (iii) هنگامی محقق می‌شود که تابش چرنکوف در یک ورقه نازک از ماده تولید شود. فرض (iv) برای ناحیه اشعه ایکس نرم محقق نمی‌شود، چون ضریب جذب تابش در این ناحیه زیاد است. در فرض (v) شرایط مرزی نادیده گرفته شده است ولی در عمل باید به حساب آیند.

توصیف تابش چرنکوف توسط فرانک و تام، با حل معادله موج میدان برای یک ذره باردار که با سرعت ثابت از  $z = -\infty$  تا  $z = \infty$  درون یک ماده دی‌الکتریک حرکت می‌کند، آغاز شده است. در الکتروپنایمیک کلاسیکی معادلات موج با استفاده از مفهوم پتانسیل برداری  $\vec{A}$  و پتانسیل اسکالر  $\phi$  و شرط لورنتز، به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\nabla^2 \vec{A} - \frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \vec{j} \quad (1)$$

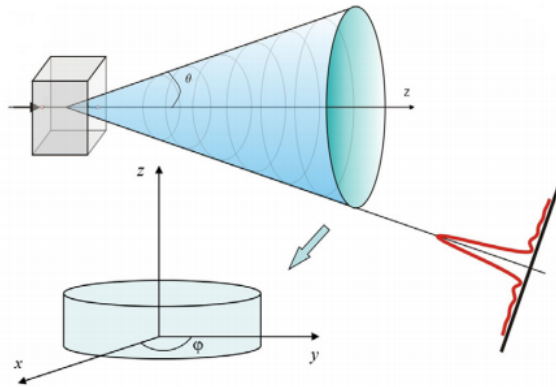
$$\nabla^2 \phi - \frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (2)$$

در این معادلات  $c$  سرعت نور در خلاء،  $\vec{j}$  چگالی جریان الکتریکی،  $\rho$  چگالی بار،  $\mu_0$  ثابت نفوذپذیری مغناطیسی خلاء،  $\epsilon_0$  ثابت گذردهی الکتریکی خلاء و  $\epsilon_r$  ثابت دی‌الکتریک یا گذردهی نسبی است. با توجه به وابستگی ثابت دی‌الکتریک به فرکانس،  $\epsilon_r(\omega)$ ، پتانسیل‌های برداری و اسکالر تبدیلات فوریه از فضای  $t$  به فضای  $\omega$  خواهند داشت. بنابراین معادلات موج پتانسیل ۱ و ۲ با اعمال تبدیل فوریه به معادلات موج هلمهولتز تبدیل می‌شوند:

$$\nabla^2 \vec{A}_\omega - \frac{\epsilon_r}{c^2} \omega^2 \vec{A}_\omega = -\mu_0 \vec{j}_\omega \quad (3)$$

$$\nabla^2 \phi_\omega - \frac{\epsilon_r}{c^2} \omega^2 \phi_\omega = -\frac{\rho_\omega}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (4)$$

به دلیل اینکه ذره با سرعت  $v$  در جهت محور  $Z$  حرکت می‌کند، چگالی جریان و پتانسیل برداری فقط مولفه  $Z$  خواهند داشت. با انتقال معادله موج ۳ به سیستم مختصات استوانه‌ای و



شکل (۱): طرح کلی از تابش چرنکوف

## ۲.۲. تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس (XCR)

در ناحیه اشعه ایکس، ثابت دی‌الکتریک تابع مختلط وابسته به فرکانس است [۷]:

$$\begin{aligned} \epsilon_r(\omega) &= 1 - \frac{\rho_e f_e \lambda^3}{\pi} [f_1(\omega) - i f_2(\omega)] \\ &= 1 + \chi'(\omega) + i \chi''(\omega) \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن  $f_1$  و  $f_2$ ، به ترتیب، قسمت‌های حقیقی و موهومی فاکتور پراکندگی اتمی،  $\chi'$  و  $\chi''$  به ترتیب، قسمت‌های حقیقی و موهومی ضریب حساسیت‌پذیری الکتریکی (قطبش-پذیری الکتریکی) محیط،  $r_e$  شعاع الکترون،  $\rho_e$  چگالی الکترون و  $\lambda$  طول موج اشعه ایکس است. در حال حاضر چند بانک اطلاعاتی برای فاکتور پراکندگی اتمی و ثابت دی‌الکتریک در ناحیه اشعه ایکس وجود دارد. یکی از آنها بانک اطلاعات Henke در وبسایت CXRO [۱۰] و دیگری بانک اطلاعات Chantler که در وبسایت NIST قرار دارد [۱۱]. با توجه به اینکه بانک اطلاعات Henke بر اساس اندازه‌گیری میزان جذب فوتون در عناصر مختلف است، می‌تواند برای تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس نرم بهتر باشد. شرایط تابش چرنکوف ایجاب می‌کند که قسمت حقیقی ثابت دی‌الکتریک بزرگتر از یک شود. بنابراین لازم است بررسی شود که برای چه عناصری و در چه شرایطی، قسمت حقیقی ثابت

با استفاده از پتانسیل برداری، معادله ۷، می‌توان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تابش گسیل شده و سپس انرژی کل تابش شده توسط ذره باردار را حساب کرد. در نتیجه طبق معادله فرانک-تام تعداد فوتون‌های تولید شده در واحد طول مسیر و واحد فرکانس توسط الکترونی که با سرعت نسبی  $\beta$  در محیطی با ضریب شکست  $n(\omega)$  حرکت می‌کند از رابطه زیر به دست می‌آید [۹]:

$$\frac{d^2 N}{d\omega dz} = \frac{\alpha}{c} \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\omega)} \right) \quad (9)$$

که در آن  $\alpha \approx 1/137$  ثابت ساختار ریز است. فرمول فرانک-تام بیان می‌کند که با افزایش  $\beta$  تعداد فوتون‌ها افزایش می‌یابد و در  $\beta = 1/n$  به صفر میل می‌کند، یعنی انتخاب مواد برای تولید تابش چرنکوف به محدوده  $\beta$  بستگی دارد. با استفاده از معادله ۸ و جایگذاری  $\cos \theta = 1/\beta n$  در معادله ۹ طیف تابش چرنکوف را می‌توان بر حسب زاویه تابش نوشت:

$$\frac{d^2 N}{d\omega dz} = \frac{\alpha}{c} \sin^2 \theta \quad (10)$$

از آنجا که ثابت دی‌الکتریک یا ضریب شکست به فرکانس وابسته است، به تبع آن زاویه  $\theta$  نیز تابعی از فرکانس فوتون خواهد بود. مطابق شکل ۱، توزیع فضایی تابش چرنکوف به صورت مخروط تو خالی با زاویه رأس  $\theta$  نسبت به جهت حرکت ذره باردار است. در صورتی که الکترون در مسیر مستقیم در جهت محور  $z$  حرکت کند، یعنی  $\vec{v} = [0, 0, v]$  باشد، توزیع تابش مستقل از زاویه سمتی  $\phi$  خواهد بود. در این ساختار از پراکندگی چندگانه الکترون‌ها و کاهش انرژی آنها در هنگام عبور از ماده‌ی تابش‌زا صرف‌نظر شده است.

شده در محیط متناسب است. با توجه به اینکه فوتون‌های تولید شده ممکن است قبل از رسیدن به سطح جذب شوند، می‌توان طیف تابش چرنکوف خارج شده از یک محیط نیمه نامتناهی  $(-\infty < z < 0)$  را با تعریف طول جذب  $(L_{abs})$  تعیین کرد:

$$\frac{dN}{d\omega} = \frac{\alpha}{c} (\chi' - \gamma^{-2}) \int_{-\infty}^0 e^{\frac{z}{L_{abs} \cos \theta}} dz \quad (14)$$

در معادله ۱۴، جمله کسینوس در زوایه‌های کوچک تقریباً برابر یک و طول جذب برابر  $L_{abs} = c/\omega\chi''$  است. در نتیجه، تابش چرنکوف قابل مشاهده در خارج از محیط برابر است با:

$$\frac{dN}{d\omega} = \frac{\alpha}{\omega} \frac{(\chi' - \gamma^{-2})}{\chi''} \quad (15)$$

معادله ۱۵ شرط تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس را بیان می‌کند، یعنی شدت تابش گسیل شده وقتی زیاد است که  $\chi'' \gg \chi' - \gamma^{-2}$  باشد. با توجه به اینکه اطلاعات موجود در بانک Henke برحسب انرژی فوتون بیان شده است، معادله (۱۵) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{dN}{d(\hbar\omega)} = \frac{\alpha}{\hbar\omega} \frac{\chi' - \gamma^{-2}}{\chi''} \quad (16)$$

با بررسی نحوه تغییرات  $f_1$  و  $f_2$ ، قسمت‌های حقیقی و موهومی فاکتور پراکندگی اتمی در نزدیکی لبه‌های جذب اتمی و به تبع آن نحوه تغییرات آن  $\chi'$  و  $\chi''$  می‌توان تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس را مورد ارزیابی قرار داد.

مطالعات نشان می‌دهند که در نزدیکی لبه‌های جذب که مقدار  $f_1$  منفی می‌شود، احتمال تابش چرنکوف زیاد است. عناصری که لبه جذب شدید با شروع تیز دارند و لبه‌های جذب متوالی به اندازه کافی از یکدیگر جدا و دور باشند، مستعد این تابش هستند.

شکل ۲، نحوه تغییرات  $f_1(\hbar\omega)$  و  $f_2(\hbar\omega)$ ، قسمت‌های حقیقی و موهومی فاکتور پراکندگی اتمی را در نزدیکی لبه جذب لیتیم نشان می‌دهد که به وضوح تغییرات شدید فاکتور

دی‌الکتریک در ناحیه اشعه ایکس بزرگتر از یک و تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس حاصل خواهد شد.

تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس را نمی‌توان با جایگذاری ثابت دی‌الکتریک مختلط در معادله فرانک-تام به آسانی حساب کرد، زیرا این معادله فقط برای محیط‌های شفاف نوشته شده و اثر جذب در این محیط نادیده گرفته شده است. بنابراین می‌توانیم فرآیندهای تولید و جذب تابش چرنکوف را بطور جداگانه بررسی کنیم، ابتدا فرآیند تولید تابش چرنکوف برای  $\chi' > 0$  بررسی و سپس پدیده جذب را به حساب می‌آوریم، می‌دانیم که  $\chi''$  پدیده جذب را تشریح می‌کند. به دلیل اینکه قسمت حقیقی ثابت دی‌الکتریک فقط کمی بزرگتر از یک است، شرط چرنکوف فقط در حالتی برقرار است که سرعت ذره باردار نزدیک به سرعت نور در خلاء باشد. بنابراین بهترین گزینه برای تولید تابش چرنکوف الکترون‌ها هستند که به خاطر سبک بودنشان راحت‌تر از سایر ذرات باردار به سرعت‌های نسبی می‌رسند. سرعت الکترون‌های نسبی را می‌توان برحسب سرعت نسبی  $\beta = v/c$  یا فاکتور لورنتز  $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$  بیان کرد. بنابراین با جایگذاری فاکتور لورنتز ( $\gamma$ ) و قسمت حقیقی حساسیت پذیری ( $\chi'$ ) در زاویه چرنکوف در معادله ۸ و در نظر گرفتن  $\gamma^{-2} \ll 1$  و  $\chi' \ll 1$ ، در تقریب زوایه‌های کوچک ( $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ ) می‌توان نوشت:

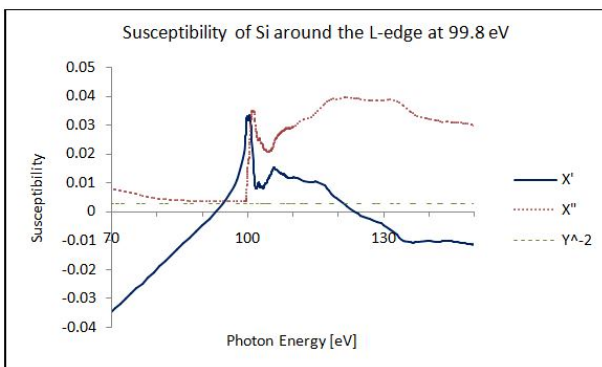
$$\theta = \sqrt{\chi' - \gamma^{-2}} \quad (17)$$

در معادله (۱۷) شرط چرنکوف به صورت  $\chi' - \gamma^{-2} > 0$  بیان می‌شود. با استفاده از تقریب زوایه‌های کوچک در معادله (۱۰)، طیف تابش چرنکوف به صورت زیر خواهد شد:

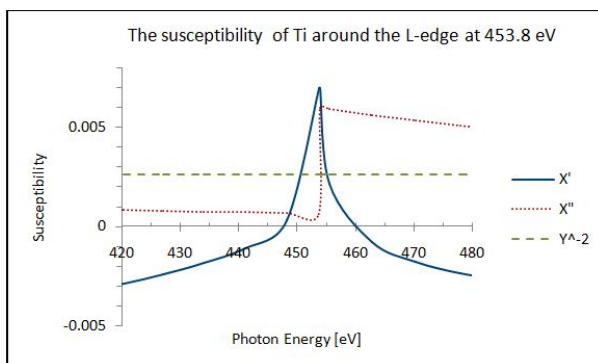
$$\frac{d^2N}{d\omega dz} = \frac{\alpha}{c} (\chi' - \gamma^{-2}) \quad (18)$$

بنابراین تعداد فوتون‌های گسیل شده از هر الکترون ناحیه زیر منحنی  $\chi' - \gamma^{-2}$  بر حسب  $\omega$  و طول مسیر پیموده

با استفاده از اطلاعات بانک Henke و معادله ۱۱ نحوه تغییرات  $\chi'$  و  $\chi''$  قسمت‌های حقیقی و موهومی ضریب حساسیت پذیری الکتریکی برای تعداد زیادی از عناصر بررسی شده است. به عنوان نمونه، در شکل ۵ نحوه تغییرات  $\chi'(\hbar\omega)$  و  $\chi''(\hbar\omega)$  در نزدیکی لبه جذب L در سیلیسیم نشان داده شده است. واضح است که  $\chi'(\hbar\omega)$  فقط در ناحیه ۹۴eV تا ۱۲۳eV مثبت است. شکل ۶ هم نحوه تغییرات  $\chi'(\hbar\omega)$  و  $\chi''(\hbar\omega)$  در نزدیکی لبه جذب L در تیتانیوم را نشان می‌دهد. واضح است که  $\chi'(\hbar\omega)$  فقط در ناحیه ۴۴۷eV تا ۴۶۰eV مثبت است و ضریب شکست بزرگتر از یک می‌شود و امکان تابش چرنکوف حاصل می‌شود.

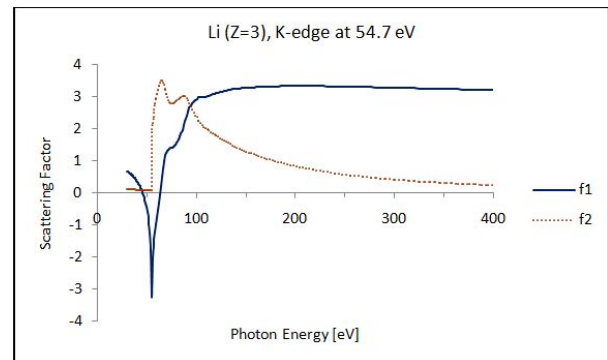


شکل (۵): تغییرات  $\chi'$  و  $\chi''$  در نزدیکی لبه جذب L در Si

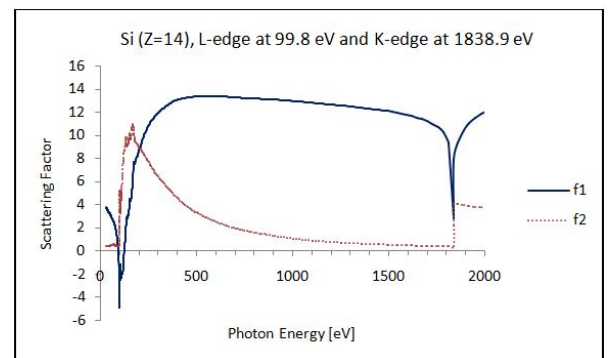


شکل (۶): تغییرات  $\chi'$  و  $\chi''$  در نزدیکی لبه جذب L در Ti

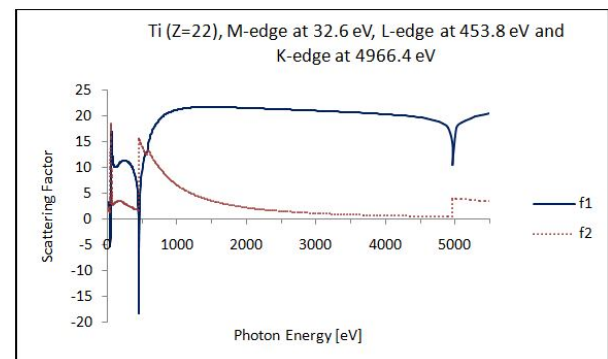
پراکندگی اتمی در لبه جذب K در  $54/7\text{eV}$  قابل مشاهده است. در شکل‌های ۳ و ۴ نحوه تغییرات  $f_1(\hbar\omega)$  و  $f_2(\hbar\omega)$  به ترتیب در نزدیکی لبه‌های جذب سیلیسیم و تیتانیوم نشان داده شده است. واضح است که در نزدیکی لبه‌های جذب اتمی عناصر، قسمت‌های حقیقی و موهومی فاکتور پراکندگی دچار تغییرات شدید می‌شوند و در بعضی حالت‌ها مقدار  $f_1$  منفی و ضریب شکست بزرگتر از یک می‌شود و امکان تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس به وجود می‌آید.



شکل (۲): تغییرات  $f_1$  و  $f_2$  در نزدیکی لبه جذب K در Li



شکل (۳): تغییرات  $f_1$  و  $f_2$  در نزدیکی لبه‌های جذب K و L در Si



شکل (۴): تغییرات  $f_1$  و  $f_2$  در نزدیکی لبه‌های جذب K، L و M در Ti

Ti

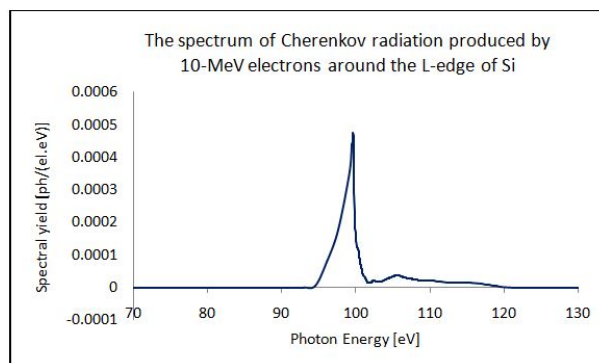
تعداد فوتون‌های گسیل شده به ازای یک الکترون در ورقه سیلیسیم با سطح زیر منحنی شکل ۷ برابر است. با استفاده از تقریب مستطیل در نرم افزار Excel، ناحیه زیر منحنی را به یک سری مستطیل تبدیل و مساحت آن‌ها محاسبه و سپس با هم جمع شده است. این حاصل جمع با مقدار انتگرال تقریباً برابر است. محاسبات نشان می‌دهند که تعداد فوتون‌های XCR گسیل شده از الکترون‌ها در سیلیسیم حدود  $1/4 \times 10^{-3}$  فوتون بر الکترون است. اگر چه در ظاهر تعداد کمی به نظر می‌رسد، اما با استفاده از باریکه الکترونی حاصل از شتابگرهای تجاری موجود با جریان متوسط  $100 \mu A$  که حدود  $10^5$  الکترون در ثانیه تولید می‌کنند، تعداد فوتون‌های XCR قابل حصول در یک ثانیه از مرتبه  $10^{13}$  خواهد بود. این ویژگی‌ها باعث پیدایش یک چشمه‌ی نوین اشعه ایکس با درخشندگی بالا شده است.

### ۳. انتخاب ماده تابش‌زا و شتابگر الکترونی برای

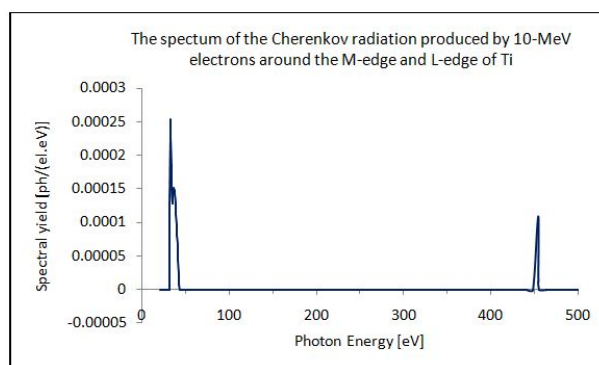
#### تولید XCR

معادله ۱۶ بیان می‌کند که طیف تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس به نوع ماده تابش‌زا و همچنین به انرژی الکترون‌های نسبیتی بستگی دارد. انرژی الکترون عبوری از ماده باید طوری انتخاب شود که شرط چرنکوف ( $\gamma' - \gamma^{-2} > 0$ ) برقرار شود. بررسی‌ها نشان می‌دهند که در نزدیکی بعضی از لبه‌های جذب عناصر با عدد اتمی کمتر از ۲۸، شرط چرنکوف برای الکترون‌هایی با انرژی حدود  $10 \text{ MeV}$  برقرار است و برای عناصر با عدد اتمی بزرگتر از ۲۸، باید انرژی الکترون‌ها بیشتر از  $10 \text{ MeV}$  انتخاب شود. لبه جذب K مربوط به بعضی عناصر دوره دوم نظیر C, Be, Li و لبه جذب L بعضی عناصر دوره سوم نظیر Al, Si, Ti, V و بعضی از عناصر با عدد اتمی کمتر از ۲۸ مناسب‌ترین عناصر برای تولید تابش چرنکوف تقریباً

معادله ۱۶ بیان می‌کند که شدت تابش چرنکوف وقتی زیاد می‌شود که  $\chi'' \gg \chi' - \gamma^{-2}$  باشد. برای الکترون‌های نسبیتی با انرژی  $10 \text{ MeV}$ ،  $\gamma^{-2} = 2/6 \times 10^{-3}$  است. با استفاده از معادله ۱۵ و مقادیر  $\chi''(\hbar\omega)$  و  $\chi'(\hbar\omega)$  در نزدیکی لبه‌های جذب اتمی می‌توان تعداد فوتون‌های گسیل شده از یک الکترون را تعیین کرد. در شکل‌های ۷ و ۸ طیف تابش چرنکوف تولید شده توسط الکترونی با انرژی  $10 \text{ MeV}$  در نزدیکی لبه‌های جذب سیلیسیم و تیتانیوم نشان داده شده است. کاملاً مشخص است که طیف تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس نرم دارای FWHM در حدود چند الکترون‌ولت است، یعنی طیف تابش گسیل شده تقریباً تکفام است.



شکل (۷): طیف تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس نرم تولید شده توسط الکترونی با انرژی  $10 \text{ MeV}$  در نزدیکی لبه جذب L در Si



شکل (۸): طیف تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس نرم تولید شده توسط الکترونی با انرژی  $10 \text{ MeV}$  در نزدیکی لبه‌های جذب M و L در Ti

برای تولید تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس نرم می‌توان از دو نوع شتابگر الکترونی کوچک با قابلیت تولید الکترونی‌هایی با انرژی  $10\text{MeV}$  بهره جست. یکی شتابگر خطی است که دارای جریان الکترونی بالاست و امکان کنترل باریکه الکترونی و متمرکز کردن آن روی ماده تابش‌زا وجود دارد ولی تمام جریان الکترونی فقط یکبار از ورقه تابش‌زا عبور می‌کند [۱۲]. دیگری شتابگر دایره‌ای بتاترون است که جریان الکترونی درون این شتابگر چندین بار می‌تواند از درون ورقه تابش‌زا عبور کند و تابش چرنکوف تولید کند [۱۳]. از آنجا که شدت جریان الکترونی درون شتابگر دایره‌ای در مقایسه با شتابگر خطی کمتر است، شدت تابش زمینه تولید شده در شتابگر دایره‌ای نیز کمتر خواهد بود و همچنین در شتابگر دایره‌ای امکان متمرکز کردن باریکه الکترونی روی ورقه تابش‌زا و استفاده از تمام جریان الکترونی وجود ندارد. معمولاً شتابگرهای خطی که به صورت تجاری در دسترس می‌باشند، قابلیت تولید باریکه الکترونی با انرژی حدود  $10\text{MeV}$  با جریان حدود  $1\text{mA}$  و توانایی متمرکز کردن باریکه الکترونی در ناحیه‌ای با ابعاد  $1\text{mm}$  تا  $0.1\text{mm}$  هستند.

برای دستیابی به چشمه XCR با درخشندگی بالا، می‌توان با متمرکز کردن باریکه الکترونی، چگالی جریان الکترونی را در روی ورقه تابش‌زا بالا برد. با توجه به اینکه در محاسبات فرض شده است که الکترون‌ها به صورت موازی با هم حرکت می‌کنند، باید میزان دیورژانس باریکه الکترونی کمتر از زاویه تابش چرنکوف باشد تا توزیع زاویه‌ای تابش چرنکوف به‌طور جدی تحت تاثیر قرار نگیرد.

عامل دیگری که بر درخشندگی چشمه XCR تاثیر دارد، گرمای ایجاد شده روی ورقه تابش‌زا است. الکترون‌های نسبیتی هنگام عبور از یک ورقه با ضخامت حدود چند میکرومتر درصد بسیار کمی از انرژی جنبشی خود را به صورت

تکفام در ناحیه اشعه ایکس هستند. بنابراین، با استفاده از مکانیسم تولید تابش چرنکوف و یک شتابگر الکترونی کوچک و انتخاب مواد تابش‌زا به صورت ورقه‌هایی با ضخامت چند میکرومتر می‌توان به یک منبع تقریباً تکفام اشعه ایکس نرم دست یافت. در جدول ۱، تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس، حاصل از الکترون‌های  $10\text{MeV}$  در مواد تابش‌زای مختلف بررسی شده است. در این جدول نام عنصر، لبه جذب مورد نظر، انرژی فوتون تابشی و تعداد فوتون‌های چرنکوف گسیل شده به ازای یک الکترون آورده شده است. با توجه به جدول ۱ نتیجه می‌شود که با افزایش عدد اتمی ماده تابش‌زا، تعداد فوتون‌های گسیل شده به ازای یک الکترون کاهش می‌یابد، به طوری که شدت تابش تولید شده در نیکل آن قدر کم است که ممکن است در تابش پس‌زمینه گم شود و مشاهده نشود، بنابراین برای عناصر با عدد اتمی بزرگتر از ۲۸ لازم است از شتابگرهای الکترونی با انرژی بیشتر از  $10\text{MeV}$  استفاده شود. تا شرط‌های  $\chi' - \gamma^{-2} > 0$  و  $\chi'' - \gamma^{-2} \gg 0$  برقرار شوند.

جدول (۱): تولید XCR با استفاده از شتابگر الکترونی  $10\text{MeV}$

ماده تابش‌زا	لبه جذب	انرژی فوتون [eV]	تعداد فوتون‌های تابشی [ph/el]
Li	K	۵۴/۷	$1/3 \times 10^{-2}$
Be	K	۱۱۱/۷	$2/5 \times 10^{-3}$
C	K	۲۸۴/۲	$2/9 \times 10^{-4}$
Al	L	۷۲/۷	$4/3 \times 10^{-3}$
Si	L	۹۹/۸	$1/4 \times 10^{-3}$
Ti	L	۴۵۳/۸	$3/2 \times 10^{-4}$
V	L	۵۱۲/۱	$1/9 \times 10^{-4}$
Cr	L	۵۷۴/۱	$1/8 \times 10^{-4}$
Fe	L	۷۰۶/۸	$9/4 \times 10^{-5}$
Ni	L	۸۵۲/۷	$8/8 \times 10^{-6}$



در این معادله،  $J_{\max}$  ماکزیمم چگالی جریان الکترونی،  $N$  تعداد فوتون‌های تولید شده به ازای یک الکترون،  $\Delta\Omega$  زاویه فضایی و  $\Delta\omega/\omega$  پهنای باند نسبی تابش گسیل شده است. در بخش قبل بیان شد که با استفاده از ورقه‌های چرخان می‌توان چگالی جریان الکترونی را تا  $20 \text{ mA/mm}^2$  افزایش داد، بدون اینکه ورقه‌های با ضخامت چند میکرومتر از جنس سیلیسیم، تیتانیوم و وانادیوم ذوب شوند.

چنین ضخامتی از ورقه نمی‌تواند به‌طور جدی باعث پراکندگی چندگانه الکترون‌ها و دیورژانس باریکه الکترونی و پهن‌شدگی توزیع زاویه‌ای تابش شود. برای رسیدن به این چگالی جریان می‌توان از یک شتابگر الکترونی  $10 \text{ MeV}$  با متوسط جریان  $0.2 \text{ mA}$  و مساحت اسپات سایز  $0.1 \text{ mm}^2$  استفاده کرد. با استفاده از معادله ۱۷ و مقادیر جدول ۱، بیشترین درخشندگی قابل حصول از سه ماده تابش‌زای  $\text{Ti}$ ،  $\text{Si}$  و  $\text{V}$  در جدول ۲ آورده شده است.

جدول (۲): درخشندگی XCR حاصل از شتابگر الکترونی  $10 \text{ MeV}$

ماده	تعداد فوتون‌ها	زاویه ابعاد فضایی چشمه	چشمه XCR	تابش‌زا
	[ph/el]	[sr]	[mm <sup>2</sup> ]	[ph/(s.mm <sup>2</sup> .mrad <sup>2</sup> .0/1% BW)]
Si	$1/4 \times 10^{-3}$	$0.097$	$0.1$	$1/8 \times 10^4$
Ti	$3/2 \times 10^{-4}$	$0.14$	$0.1$	$6/3 \times 10^4$
V	$1/9 \times 10^{-4}$	$0.13$	$0.1$	$7/9 \times 10^4$

طبق جدول ۲، اگرچه تعداد فوتون‌های گسیل شده به ازای یک الکترون در  $\text{Si}$  بیشتر از  $\text{Ti}$  و  $\text{V}$  است، اما به دلیل بزرگتر بودن زاویه فضایی و پهنای باند، درخشندگی چشمه XCR در سیلیسیم کمتر است.

تابش الکترومغناطیسی و گرما از دست می‌دهند. اما هنگامی که یک باریکه الکترونی با جریان زیاد به ورقه تابانده می‌شود، مقدار کل انرژی داده شده به ورقه توسط باریکه الکترونی می‌تواند بسیار زیاد باشد که به افزایش قابل توجه دمای ورقه منجر شود. در عمل نقطه ذوب ورقه تعیین‌کننده میزان مجاز افزایش دما است، همچنین ورقه می‌تواند از طریق رسانش یا تابش خنک شود.

در واقع می‌توان دمای ورقه را به‌صورت تابعی از چگالی جریان باریکه الکترونی بیان کرد [۱۲] و بیشترین درخشندگی قابل حصول در چشمه XCR را تعیین کرد. بنابراین، شتابگرهای موجود در بازار به راحتی قادر به تولید باریکه الکترونی با متوسط جریان  $0.2 \text{ mA}$  هستند. برای افزایش متوسط جریان بدون آسیب رساندن به ورقه‌ها، باید حجمی از ماده که گرما در آن تولید می‌شود را افزایش دهیم. برای این کار می‌توان از یک ورقه دایره‌ای با قطری حدود  $5 \text{ cm}$  که در هر ثانیه چند بار دوران می‌کند، استفاده کرد. در واقع با دوران دادن ورقه، قسمت‌های مختلفی از ورقه تحت تاثیر الکترون‌های نسبی قرار می‌گیرد و گرمای تولید شده در هر ناحیه فرصت کافی برای انتقال را خواهد داشت. یعنی با استفاده از ورقه چرخان می‌توان متوسط چگالی جریان الکترونی را تا  $20 \text{ mA/mm}^2$  افزایش داد بدون اینکه ورقه‌های از جنس سیلیسیم، تیتانیوم و وانادیوم ذوب شوند.

#### ۴. درخشندگی قابل حصول از چشمه XCR

کیفیت یک چشمه تابشی را می‌توان با کمیتی به‌نام درخشندگی بیان کرد [۷]:

$$B_{\max} = J_{\max} \frac{N}{\Delta\Omega (0.1\% \Delta\omega/\omega)} \quad (17)$$

جدول (۳): مقایسه درخشندگی چشمه XCR با سایر چشمه‌های تولید اشعه ایکس نرم

نوع چشمه	ماده تابش‌زا	انرژی فوتون [eV]	مشخصات منبع ایجاد کننده تابش	زاویه فضایی [sr]	ابعاد چشمه [mm <sup>2</sup> ]	درخشندگی چشمه [ph/(s.mm <sup>2</sup> .mrad <sup>2</sup> .0/1%BW)]
چشمه چرنکوف (XCR)	Si	۹۹/۸	۱۰MeV, ۲۰mA/mm <sup>۲</sup> electron beam	۰/۰۹۷	۰/۰۱	۱/۸×۱۰ <sup>۸</sup>
	Ti	۴۵۴	۱۰MeV, ۲۰mA/mm <sup>۲</sup> electron beam	۰/۰۱۴	۰/۰۱	۶/۳×۱۰ <sup>۸</sup>
	V	۵۱۲	۱۰MeV, ۲۰mA/mm <sup>۲</sup> electron beam	۰/۰۱۳	۰/۰۱	۷/۹×۱۰ <sup>۸</sup>
چشمه فرابنفش انرژی بالا [۱۴]	Si	۹۱/۹	۱۰keV, ۱mA electron beam	۲π	۰/۰۱	۱/۲×۱۰ <sup>۶</sup>
چشمه اشعه ایکس نرم [۱۵]	O	۵۲۵	۱۰keV, ۶μA electron beam	۲π	۰/۰۱	۱/۲×۱۰ <sup>۶</sup>
چشمه لیزر- پلاسمایی [۱۶]	Ethanol	۳۶۸	۱۰۰ Hz, ۱۰ W Nd : YAG laser	۴π	۰/۰۰۰۶	۶/۱×۱۰ <sup>۹</sup>

شدیدی می‌شوند و برای محدوده بسیار باریکی از طیف اشعه ایکس، ضریب شکست مواد می‌تواند بزرگتر از یک شود و تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس تولید شود. مهمترین نتایج این مقاله عبارتند از:

(۱) با استفاده از مکانیسم تابش چرنکوف می‌توان به یک منبع تقریباً تکفام اشعه ایکس دست یافت. با استفاده از مواد مختلف می‌توان فوتون‌هایی در محدوده انرژی ۵۰eV تا ۸۰۰eV تولید کرد.

(۲) ویژگی‌های تابش چرنکوف به عواملی از قبیل، ضریب شکست، ضخامت و طول جذب ماده تابش‌زا و همچنین به بار الکتریکی و انرژی ذره باردار بستگی دارد. (۳) با استفاده از شتابگرهای الکترونی کوچک با انرژی ۱۰MeV و چگالی جریان ۲۰ mA/mm<sup>۲</sup> می‌توان به منبع آزمایشگاهی تابش اشعه ایکس نرم با درخشندگی

در جدول ۳، مقایسه‌ای بین چشمه تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس (XCR) و سایر چشمه‌های تولید اشعه ایکس نرم صورت گرفته است و به نظر می‌رسد که چشمه XCR به دلیل درخشندگی کافی و تکفام بودنش، پتانسیل استفاده در برنامه‌های کاربردی از قبیل تهیه تصویر با کیفیت بالا، لیتوگرافی، تحلیل آرایش اتم‌های سطحی توسط پراکندگی فوتوالکترون، طیف‌سنجی و میکروسکوپی اشعه ایکس را دارا می‌باشد [۷، ۱۷، ۱۸].

## ۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، توزیع طیفی- زاویه‌ای و ویژگی‌های تابش چرنکوف در ناحیه اشعه ایکس (XCR) به دقت مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. مطالعات نشان می‌دهند که در نزدیکی لبه‌های جذب اتمی K، L و M قسمت‌های موهومی و حقیقی فاکتور پراکندگی اتمی دچار تغییرات

اتم‌های سطحی توسط پراکندگی فوتوالکترون، طیف-سنجی پرتوی ایکس برای نمونه‌های مایع و بیولوژیکی، جمع‌آوری داده‌ها برای کریستالوگرافی ماکرومولکولی، فوتوشیمی پرتوی ایکس نرم و میکروسکوپی اشعه ایکس نرم مورد استفاده قرار گیرد.

## ۶. سپاسگزاری

از راهنمایی‌های ارزشمند پرفسور ایلیا فرانچوک تشکر می‌کنم. این کار با حمایت‌های مالی دانشگاه آزاد اسلامی واحد ملایر انجام شده است.

حدود  $5 \times 10^4 \text{ ph}/(\text{s} \cdot \text{mm}^2 \cdot \text{mrad}^2 \cdot 1\% \text{ BW})$  دست یافت.

(۴) توزیع فضایی XCR به صورت مخروط رو به جلو با زاویه رأس کوچک است و بیشترین زاویه تابش چرنکوف به صورت نوعی در حدود چند درجه است.

(۵) چشمه XCR به دلیل داشتن درخشندگی کافی و تکفام بودنش می‌تواند در کنار سایر چشمه‌های تولید اشعه ایکس نرم در تهیه تصویر با کیفیت بالا، لیتوگرافی، توسعه ماشین‌ها و مدارهای نانومتری، تحلیل آرایش

## ۷. مراجع

- [1] P.A. Cherenkov; Visible Emission of Clean Liquids by Action of Gamma Radiation; Dokl. Akad. Nauk SSSR, 2, (1934) 451.
- [2] I.M. Frank and I.E. Tamm; Coherent Visible Radiation of Fast Electrons Passing Through Matter; Dokl. Akad. Nauk SSSR, 14 (1937) 109.
- [3] B.M. Bolotovskii & et al.; Vavilov-Cherenkov Radiation: its Discovery and Application; Physics – Uspekhi 52, 11 (2009) 1099.
- [4] V.A. Bazylev & et al.; Intense Electromagnetic Radiation from Relativistic Particles; Sov. Phys. Usp., 25 (1982) 565.
- [۵] W. Knults & et al.; Observation of narrow band Si L-edge Cherenkov radiation generated by 5 MeV electron; Appl. Phys. Lett., 79 (2001) 2099.
- [6] A.P. Kobzev; On the radiation mechanism of a uniformly moving charge; J. Physics of Particles and Nuclei, 45, 3 (2014) 628.
- [7] D.T. Attwood; Soft X-rays and Extreme Ultraviolet Radiation: Principles and Applications; Cambridge University Press, (2000) 503p.
- [8] V.I. Vysotskii & et al.; Conditions for Generation of X-ray Cherenkov Radiation during Motion of Charges in Realistic Media; Journal of Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques, 7, 1 (2013) 51.
- [9] G.N. Afanasiev; Vavilov-Cherenkov and Synchrotron Radiation Foundations and Applications; Kluwer Academic Publishers, (2004) 491p.
- [10] B.L. Henke & et al.; X-ray Interactions: Photoabsorption, Scattering, Transmission and Reflection at  $E=50\text{-}30000 \text{ eV}$ ,  $Z=1\text{-}92$ ; Online Available: [http://henke.lbl.gov/optical\\_constants](http://henke.lbl.gov/optical_constants).
- [11] C.T. Chantler & et al.; X-ray Form Factor, Attenuation and Scattering Tables; Online Available: <http://physics.nist.gov/PhysRefData/FFast/html/form.html>.
- [12] W. Knults & et al.; Compact high-brightness soft X-ray Cherenkov source; IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 10, 6 (2004) 1414.
- [13] V.V. Kaplin & et al.; Tunable, monochromatic X-rays using the internal beam of a betatron; Appl. Phys. Lett. 80 (2002) 3427.
- [14] A. Egbert & et al.; Compact electron based extreme ultraviolet source at 13.5 nm; Emerging Lithographic Technologies VII, 25 (2003) 784.
- [15] B. Buijsse; A keV-electron based tabletop soft X-ray source; in proceeding of SPIE, 4502 (2001) 74.
- [16] G.A. Johansson & et al.; Design and performance of a laser-plasma based compact soft X-ray microscope, Review of Scientific Instruments. 73 (2002) 1193.
- [17] E. Duke & et al.; Biological applications of cryo-soft X-ray tomography; Journal of Microscopy 255, 2 (2014) 65.
- [18] R. Robertson & et al.; Cherenkov imaging a new modality for molecular imaging; American Journal of Nuclear Medicine and Molecular Imaging 2 (2012) 163.